

	INSTITUCION EDUCATIVA LICEO PATRIA	Código: _____ Versión: 01 Fecha: 16/08/2022 Página 1 de 8
	PLAN DE CLASE	

AREA: Matemáticas **ASIGNATURA:** Matemáticas **GRADO:** 11 **GRUPOS** 1 y 2 **PERÍODO:** III **AÑO:** 2022
DOCENTE: Nelson O. Cáceres Muñoz

Componente:
 Numérico - variacional

Estándares

- Usar argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.
- Reconocer y describir curvas y/o lugares geométricos.
- Resolver y formular problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios suelen definirse indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración y la densidad medias.
- Justificar resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites, en situaciones de medición

Derechos básicos de aprendizaje

- Utiliza instrumentos, unidades de medida, sus relaciones y la noción de derivada como razón de cambio, para resolver problemas, estimar cantidades y juzgar la pertinencia de las soluciones de acuerdo con el contexto.
- Interpreta y diseña técnicas para hacer mediciones con niveles crecientes de precisión (uso de diferentes instrumentos para la misma medición, revisión de escalas y rangos de medida, estimaciones, verificaciones a través de mediciones indirectas).
- Interpreta la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva, y desarrolla métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.
- Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares.
- Plantea y resuelve situaciones problemáticas del contexto real y/o matemático que implican la exploración de posibles asociaciones o correlaciones entre las variables estudiadas.
- Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares.
- Plantea y resuelve situaciones problemáticas del contexto real y/o matemático que implican la exploración de posibles asociaciones o correlaciones entre las variables estudiadas.

	Temas	Evidencias de aprendizaje	Situaciones que promueven el aprendizaje	Estrategias para la evaluación
Tiempo: 1 semana	1. Función valor absoluto	<ul style="list-style-type: none"> Establece las características de las funciones que involucran valor absoluto. 	<ul style="list-style-type: none"> En el trabajo con expresiones que incluyan valor absoluto es importante insistir en la interpretación geométrica y el análisis de los dos casos que se pueden tener. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 49 y 50.
	2. Funciones de parte entera	<ul style="list-style-type: none"> Identifica diferentes funciones de parte entera y sus características. 	<ul style="list-style-type: none"> Presentar situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modeladas con la función parte entera, por ejemplo, los servicios de telefonía (cobran por minuto o fracción), los parqueaderos (cobran por cuarto de hora, hora o fracción), las tablas de impuestos (cobran por rangos de ingresos), entre otras. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 52 a 54.
	3. Funciones definidas por partes o a trozos	<ul style="list-style-type: none"> Justifica analítica y geoméricamente la construcción de gráficas de funciones definidas a trozos. 	<ul style="list-style-type: none"> Explicar que una función a trozos se define a partir de dos o más funciones independientes, sin embargo, ella es una sola función. Indicar a los estudiantes, con diferentes ejemplos (entre ellos la función de Heaviside y la función signo), la manera de trazar una función por partes, teniendo especial cuidado en los límites de los intervalos donde se define. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 57 a 59.
	4. Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas	<ul style="list-style-type: none"> Establece diferencias entre funciones inyectivas, sobreyectivas e inyectivas. 	<ul style="list-style-type: none"> Este tema, que ya se ha estudiado en años anteriores, es fundamental para la comprensión del concepto de función inversa. De ahí la necesidad de presentar diferentes ejemplos que permitan establecer la diferencia entre las funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas, desde el análisis de la expresión algebraica y de su representación gráfica. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 61 y 62.
Tiempo: 1 semana	5. Operaciones entre funciones	<ul style="list-style-type: none"> Realiza operaciones entre funciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Previo al desarrollo de este tema es conveniente realizar un repaso de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con expresiones algebraicas. Presentar ejemplos donde al realizar operaciones entre funciones, el dominio o el rango de la función resultante cambie respecto de las funciones originales. Con el apoyo de un programa como GeoGebra, se puede observar el comportamiento de operaciones entre funciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 64 y 65.

	6. Composición de funciones	<ul style="list-style-type: none"> Determina las características de la composición de funciones. 	<ul style="list-style-type: none"> De las operaciones entre funciones la composición suele ser la más difícil de entender por parte de los estudiantes. Algunos la toman como un producto en el sentido que la escriben como $f[g(x)] = f(x)g(x)$ y no diferencian que la notación es $f[g(x)] = f(x) \circ g(x)$. De ahí la importancia de explicar diferentes ejemplos de composición de funciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 67 y 68.
	7. Función inversa	<ul style="list-style-type: none"> Establece las características de una función para que tenga función inversa. 	<ul style="list-style-type: none"> Comenzar el desarrollo del tema trabajando con tablas de valores en las que se intercambian los valores de x y y, y analizar qué ocurre. En los diferentes ejemplos que se presenten es importante comparar características como dominio, rango y representación gráfica de una función y su inversa (si existe). Presentar ejemplos de cómo determinar la inversa de una función por los métodos algebraico y gráfico. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 70 y 71.
	8. Funciones pares e impares. Crecientes y decrecientes	<ul style="list-style-type: none"> Diferencia funciones pares, de funciones impares y crecientes de decrecientes. 	<ul style="list-style-type: none"> Con un programa graficador, por ejemplo, GeoGebra, trazar diferentes funciones (polinómicas, racionales, con valor absoluto, entre otras) y analizar su comportamiento, es decir, qué ocurre a medida que los valores del dominio aumentan o disminuyen. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 73 y 74.
	9. Transformaciones de funciones	<ul style="list-style-type: none"> Realiza transformaciones de las funciones mediante traslaciones, dilataciones, reflexiones y contracciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Explicar que para una función de la forma $y = f(x + k)$ con $k > 0$, los valores del dominio se incrementan en k unidades y por esto la gráfica de la función se desplaza a la izquierda, análogamente explicar lo que sucede cuando $k < 0$. Con un programa graficador presentar diferentes ejemplos donde se pueda comparar simultáneamente la transformación que sufre una función al adicionarle una constante. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 76 y 77.
Tiempo: 1 semana	10. Noción de límite	<ul style="list-style-type: none"> Estudia el comportamiento de una función a partir de valores próximos a cero. 	<ul style="list-style-type: none"> El concepto de límite de una función se presenta a partir del análisis de varios valores que se aproximan, tanto por derecha como por izquierda, al valor límite que se está estudiando. Proponer tablas de manera que los estudiantes, evalúen la función y unos límites propuestos. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 80 y 81.
	11. Propiedades de los límites	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza cambios de variable para calcular límites a puntos diferentes de cero. 	<ul style="list-style-type: none"> Una estrategia útil para una mejor comprensión de las propiedades de los límites que se exponen en este tema es analizar la representación gráfica de las funciones a las cuales se hallará el límite alrededor de un determinado punto. Esto se puede realizar 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 84 y 85.

			con un programa graficador. Se debe precisar que aplicar las propiedades de los límites para hallar el límite de una función cuando x se aproxima a un valor determinado, no es lo mismo que evaluar la función en ese valor, porque en muchos casos la función no está definida para ese valor.	
	12. Límites laterales	<ul style="list-style-type: none"> Establece los límites laterales de una función en un punto dado. 	<ul style="list-style-type: none"> Como en temas anteriores, se sugiere comenzar el estudio de los límites laterales a partir de la observación de representación gráfica de diferentes funciones, en particular, realizar el análisis del límite de la función cuando x se aproxima (por derecha y por izquierda) a un punto de discontinuidad, como los ejemplos que aparecen en el texto. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 87 a 89.
Tiempo: 1 semana	13. Técnicas en el cálculo de límites	<ul style="list-style-type: none"> Aplica las propiedades fundamentales de los límites para simplificar cálculos. 	<ul style="list-style-type: none"> Comenzar presentando ejemplos donde el cálculo de límites se puede realizar de manera directa para luego mostrar casos donde esta estrategia no funciona y se hace necesario establecer otras técnicas como la factorización y simplificación o en el caso de expresiones con radicales la multiplicación por la expresión conjugada. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 92 y 93.
	14. Límites infinitos y asíntotas verticales	<ul style="list-style-type: none"> Determina asíntotas verticales de la gráfica de una función. 	<ul style="list-style-type: none"> En este tema se estudian los límites infinitos, es decir aquellos que cuando la x se aproxima a un determinado valor, los valores de $f(x)$ cada vez se hacen mayores (o menores). Estos límites definen las asíntotas verticales. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 96 y 97.
Tiempo: 1 semana	15. Límites al infinito y asíntotas horizontales	<ul style="list-style-type: none"> Determina asíntotas horizontales de la gráfica de una función. 	<ul style="list-style-type: none"> Hasta ahora se ha trabajado con límites donde la variable independiente x se aproxima a un punto específico. En este tema se estudian los límites de funciones cuando la variable x se vuelve no acotada, estos límites definen las asíntotas horizontales. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 100 y 101.
	16. Límites de funciones trigonométricas	<ul style="list-style-type: none"> Calcula límites de funciones trigonométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> A partir de la representación gráfica de las funciones trigonométricas se puede determinar el límite de la función cuando la variable independiente se aproxima a un valor específico. En particular, las representaciones gráficas ayudan a determinar los límites trigonométricos fundamentales que se presentan en la página 103. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 104 y 105.
	17. Límites de funciones exponencial y logarítmica	<ul style="list-style-type: none"> Calcula límites de funciones exponenciales y logarítmicas. 	<ul style="list-style-type: none"> Previo al estudio de los límites de funciones logarítmicas y exponenciales se recomienda el repaso de las principales propiedades que cumplen estas dos funciones, esto permitirá operar con los 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 108 y 109.

			límites de una manera más natural y clara.	
Tiempo: 1 semana	18. Continuidad	<ul style="list-style-type: none"> Analiza la continuidad de una función a partir de la noción de límites laterales. 	<ul style="list-style-type: none"> Explicar con diferentes ejemplos las condiciones necesarias para la continuidad de una función. En unos, que se cumplan las tres condiciones requeridas, y otros en el que no se cumpla alguna o algunas. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 112 y 113.
	19. Propiedades de las funciones continuas	<ul style="list-style-type: none"> Identifica y aplica las propiedades de una función continua. 	<ul style="list-style-type: none"> Presentar diferentes ejemplos para mostrar, de manera analítica, cada una de las propiedades que se mencionan en la página 114. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 116 y 117.

	Tema	Evidencias de aprendizaje	Situaciones que promueven el aprendizaje	Estrategias para la evaluación
Tiempo: 1	20. Concepto de derivada	<ul style="list-style-type: none"> Interpreta el concepto de derivada desde el punto de vista geométrico y físico. 	<ul style="list-style-type: none"> Presentar y explicar la interpretación geométrica del concepto de derivada y su interpretación analítica como el límite de la razón de cambio promedio. Graficar diferentes funciones con ayuda de un programa graficador, por ejemplo, GeoGebra y determinar la derivada en unos puntos dados. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 126 y 127.
	21. La función derivada	<ul style="list-style-type: none"> Interpreta la derivada de una función como una nueva función que da toda la información sobre el crecimiento de la función inicial. 	<ul style="list-style-type: none"> Explicar que para expresar la derivada de $y = f(x)$ respecto a x, se usan varias notaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 130 y 131.
	22. Derivada de la adición y la sustracción de funciones	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza las reglas de derivación para encontrar la derivada de funciones no elementales. 	<ul style="list-style-type: none"> En cuanto a la derivada de una función constante, aclarar que geoméricamente la gráfica de una función constante es una recta paralela al eje X, entonces que su derivada sea cero significa que la pendiente de la recta tangente en todos los puntos es cero, por tanto, la tangente es la recta misma. Para la derivada de la función idéntica se tiene que es uno en todos los puntos, es decir, la tangente es la misma recta original. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 134 y 135.
Tiempo: 1 semana	23. Derivada del producto de funciones	<ul style="list-style-type: none"> Comprende el procedimiento para calcular la derivada de un producto de funciones. 	<ul style="list-style-type: none"> En este tema un error frecuente que comenten los estudiantes es suponer que la derivada de un producto es igual al producto de las derivadas porque consideran que se aplica la misma regla que para el límite de un producto de funciones. Es conveniente presentar diferentes ejemplos para que los estudiantes observen y puedan corregir ese tipo de errores. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 137 a 139.
	24. Derivada del cociente de funciones	<ul style="list-style-type: none"> Comprende el procedimiento para calcular la derivada de un cociente de funciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Como en el tema anterior es importante aclarar a los estudiantes que la derivada de un cociente de funciones no es el cociente de las derivadas. Para 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 142 y 143.

			una mejor comprensión de esta regla vale la pena desarrollar todo el proceso con la definición de la derivada como el límite de la razón de cambio.	
Tiempo: 1 semana	25. Regla de la cadena. Regla de la potencia	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica la regla de la cadena en la derivada de la composición de funciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • La regla de la cadena es una de las más importantes porque permite derivar una gran variedad de funciones complejas obtenidas de la composición de funciones más sencillas. Dado que la regla de la cadena es la forma correcta de calcular la derivada de la composición de dos funciones, recordar a los estudiantes el concepto de composición y que esta operación no es conmutativa. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 146 y 147.
	26. Derivada de funciones exponenciales y logarítmicas	<ul style="list-style-type: none"> • Deduce la derivada de la función exponencial natural y la utiliza para encontrar la derivada de la función logaritmo natural. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recordar las propiedades de la función exponencial y de los logaritmos, luego indicar la manera de derivar funciones exponenciales y logarítmicas. • Aclarar porqué para derivar la exponencial no se puede aplicar la regla de la potencia, ya que el exponente es variable 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 150 y 151.
Tiempo: 1	27. Derivada de las funciones seno y coseno	<ul style="list-style-type: none"> • Deduce las derivadas de las funciones seno y coseno y las emplea junto con las reglas de derivación para encontrar las derivadas de otras funciones trigonométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> • En este tema y los siguientes relacionados con las derivadas de funciones trigonométricas se debe aclarar que todas las medidas están dadas en radianes, excepto que se indique otra cosa. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 154 y 155.
	28. Derivada de las funciones tangente, cotangente, secante y cosecante	<ul style="list-style-type: none"> • Deduce las derivadas de las funciones tangente, cotangente, secante y cosecante y las emplea junto con las reglas de derivación para encontrar las derivadas de otras funciones trigonométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Al explicar las derivadas de las funciones secante y cosecante es importante insistir en la relación recíproca que existe entre esas funciones y las funciones coseno y seno, respectivamente y que no se confunda esta relación con la inversa de las funciones coseno y seno. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 158 y 159.
	29. Derivada implícita	<ul style="list-style-type: none"> • Comprende y aplica el concepto de derivada implícita. 	<ul style="list-style-type: none"> • En este tema se explica un método para calcular la derivada de una función cuando ésta no está dada en forma explícita. • En algunos casos sencillos se puede mostrar cómo hallar la derivada de una función mediante dos métodos: por derivación implícita y expresando primero la función de manera explícita para luego derivar; se debe obtener en los dos casos la misma respuesta. • La derivación implícita es un procedimiento que permite evaluar derivadas que no son accesibles si primero se tuviera que obtener una fórmula explícita para la función que se debe derivar. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 162 y 163.

Tiempo: 1	30. Derivadas de orden superior	<ul style="list-style-type: none"> • Calcula derivadas de orden superior para diferentes funciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Explicar que, en general, la n-ésima derivada de f, obtenida al derivar n veces sucesivas a f, se representa como $f^{(n)}$, sin embargo, es importante que los estudiantes comprendan que la n entre paréntesis no es un exponente, sino que simplemente indican el número de derivaciones que se deben realizar. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 166 y 167.
	31. Crecimiento y concavidad	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta y utiliza la segunda derivada de una función para analizar la convexidad de la función original. 	<ul style="list-style-type: none"> • La relación entre los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función se pueden visualizar con la interpretación geométrica de la derivada, como la pendiente de la recta tangente a la gráfica de una función en un punto dado. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 170 y 171.
	32. Máximos y mínimos	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliza el criterio de la primera derivada (crecimiento) para hallar los valores máximos y mínimos de una función. 	<ul style="list-style-type: none"> • En el tema de máximos y mínimos es importante tener especial cuidado al describir los máximos y los mínimos, porque se puede tener el caso que una función definida en un intervalo abierto no tenga valores extremos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 174 y 175.
	33. Criterio de la segunda derivada	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliza el criterio de la segunda derivada para determinar si un punto crítico es máximo o mínimo 	<ul style="list-style-type: none"> • La prueba de la segunda derivada usa el hecho de que la función es convexa o cóncava para determinar si el punto es mínimo o máximo. En general, éste es un buen criterio, salvo cuando el cálculo de la segunda derivada se vuelve complejo. La dificultad del criterio está en el hecho de que en algunas funciones se cumple que $f''(x_0) = 0$ en cuyo caso x_0 puede ser un máximo, o un mínimo o un punto de inflexión. Por tanto, se debe indicar a los estudiantes que cuando esto ocurra la prueba de la primera derivada es una buena opción. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 178 y 179.
Tiempo: 1 semana	34. Trazado de curvas con derivada de segundo orden	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica los conceptos de la primera y segunda derivadas para trazar la gráfica de funciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Proponer una función en la cual se identifique analíticamente la concavidad de la función mediante el uso de la segunda derivada. Luego mostrar gráficamente e indicar la ayuda que brinda este procedimiento. Analizar, por ejemplo, la función $f(x) = x^5 + 10x^2$, en el intervalo $[-5, 5]$. • Considerar una función, por ejemplo, $f(x) = x^3 - 3x + 2$ e indicar el proceso del trazado de su gráfica con la ayuda de la primera y segunda derivada, luego graficar la función tabulándola con el fin de que los estudiantes puedan observar cómo se cumple el procedimiento que se les está indicando (tratar de utilizar algún software matemático). 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 182 y 183.

	<p>35. Aplicaciones de la derivada: razones de cambio relacionadas</p>	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas de optimización utilizando la primera y segunda derivadas. 	<ul style="list-style-type: none"> En este tema se presentan problemas en los cuales intervienen dos o más variables dependientes que son funciones de una sola variable independiente, que generalmente es el tiempo. Se da la razón de cambio de una variable respecto al tiempo y se solicita establecer la razón de cambio de la otra respecto al tiempo. Identificar la pregunta y las unidades en que se debe expresar la respuesta ayuda a reconocer las variables involucradas y la relación entre ellas. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 186 y 187.
	<p>36. Aplicaciones en Física</p>	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas de Física aplicando la derivada de una función. 	<ul style="list-style-type: none"> Este tema presenta una de las aplicaciones de las derivadas en la Física, en el movimiento rectilíneo. Desde el punto de vista geométrico, la velocidad de una partícula es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función de posición en un tiempo t, y la aceleración es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función velocidad. Proponer diferentes ejemplos de funciones de posición y a partir de ella establecer las gráficas de las funciones de velocidad y aceleración. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 190 y 191.
	<p>37. La regla de L'Hôpital</p>	<ul style="list-style-type: none"> Identifica y aplica la regla de L'Hôpital para calcular límites. 	<ul style="list-style-type: none"> La regla de L'Hôpital es una estrategia para evaluar límites de formas indeterminadas aplicando derivadas. Se debe tener especial cuidado de no aplicar esta regla repetidamente sin comprobar en cada etapa que la expresión que se maneja sea realmente indeterminada. 	<ul style="list-style-type: none"> Realizar los ejercicios propuestos en las páginas 194 y 195.